



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
(МИНОБРНАУКИ РОССИИ)
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ДАГЕСТАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК



"Утверждаю"
Председатель ДФИЦ РАН
А.К. Муртазаев
_____ 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
«Некоторые вопросы теории интерполирования функций»
по направлению подготовки: 01.06.01 – «Математика и механика» (вещественный,
комплексный и функциональный анализ)
Уровень образования
Подготовка кадров высшей квалификации (аспирантура)

Квалификация (степень) выпускника:
«Исследователь. Преподаватель-исследователь»
Статус дисциплины: вариативная (по выбору)

Рабочая программа дисциплины составлена в 2021 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика, квалификация выпускника: «Исследователь. Преподаватель-исследователь».

Разработчики: отдел математики и информатики,

Шарапудинов Т.И. – кандидат физико-математических наук, врио зав. отделом математики и информатики ДФИЦ РАН.

Рабочая программа дисциплины одобрена на заседании Объединенного Ученого совета _____, от 24.02 2021 г., протокол № 2(4)

Согласовано:

Зам. председателя по науке



А.Б. Биарсланов

Зав. отделом аспирантуры



Д.К. Сфиева

Аннотация

Дисциплина относится к вариативной части блока I дисциплин (дисциплины по выбору). Изучение дисциплины определено направленностью программы аспирантуры «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных со свойствами конечных и разделенных разностей, интерполяционных полиномов, интерполяционными рациональными дробями, интерполяционными сплайнами.

Дисциплина нацелена на формирование компетенций выпускника аспирантуры: УК-2, УК-3, ОПК-1, ОПК-2, ПК-1, ПК-2, ПК-3, ПК-4.

1. Область применения и нормативные ссылки

Настоящая программа учебной дисциплины устанавливает минимальные требования к знаниям и умениям обучающегося в аспирантуре по направлению подготовки кадров высшей квалификации и определяет содержание и виды учебных занятий и отчетности.

Программа предназначена для преподавателей, ведущих данную дисциплину, и обучающихся направления подготовки 01.06.01 Математика и механика, изучающих дисциплину **Избранные вопросы теории интерполирования функций**.

Программа разработана в соответствии с:

- Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 30 июля 2014 г. № 866;
- Образовательной программой 01.06.01 Математика и механика (уровень подготовки кадров высшей квалификации);
- Учебным планом по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика

Объем дисциплины 2 зачетные единицы, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

Семестр	Учебные занятия						Форма промежуточной аттестации (зачет)	
	в том числе							
	Контактная работа обучающихся с преподавателем							СРС, в том числе зачет
	Всего	из них						
Лекции		Лабораторные занятия	Практические занятия	КСР	Консультации			
2к	18	12	6				54	зачет

Цели и задачи освоения дисциплины:

Освоение основных понятий теории интерполирования (конечные разности, разделенные разности, обратные производные, виды узлов, сходимость и расходимость интерполяционных процессов и др.) и творческое овладение основными методами интерполирования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать: различные методы построения интерполяционных полиномов, рациональных дробей, сплайнов; условия и виды сходимости интерполяционных процессов; приложения к квадратурным формулам;

уметь: применять методы теории интерполирования в задачах теории аппроксимаций, в задачах сжатия и восстановления информации, в приближенных вычислениях интегралов и других задачах методов вычислений;

владеть: методами и навыками исследования сходимости интерполяционных процессов.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

В результате освоения программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

Коды компетенции	Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-2	Обладать способностью проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки	<p>Знать: общую постановку задачи интерполирования и ее различные реализации: полиномами, рациональными дробями, сплайнами; методы проектирования комплексных исследований, в том числе междисциплинарных.</p> <p>Уметь применять интерполяционные процессы в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин, в частности, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования.</p> <p>Владеть основными методами теории интерполяции и навыками подбора подходящего аппарата интерполяции и вида метрики для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.</p>

УК-3	Обладать готовностью участвовать в работе российских и международных исследовательских коллективов по решению научных и научно-образовательных задач	Знать на достаточно высоком уровне современные вопросы теории интерполирования функций. Уметь применять основные методы теории интерполирования в квадратурных формулах и для приближенного решения дифференциальных уравнений. Владеть основными разделами и важнейшими методами теории интерполирования функций для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.
ОПК-1	Обладать способностью самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	Знать фундаментальные теоремы о сходимости интерполяционных процессов для различных классов функций. Уметь давать оценки остаткам интерполяционных формул в различных их формах с учетом структурных характеристик функций из различных классов в различных метриках, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владеть современными методами и навыками оценки погрешности интерполяции различными аппаратами, навыками оценки погрешности интерполяции через структурные характеристики функций.
ОПК-2	Обладать готовностью к преподавательской деятельности по основным образовательным программам высшего образования	Знать на достаточно высоком уровне разделы теории интерполирования функций по основным образовательным программам данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела из области теории интерполирования по программе данной образовательной организации.
ПК-1	Обладать фундаментальными знаниями в области вещественного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, дифференциальных уравнений	Знать: основные понятия и формулировки основных теорем из области современного анализа, вопросы сходимости интерполяционных процессов для различных видов метрик, для различных аппаратов интерполяции.

		<p>Уметь: применять основные теоремы современного анализа, в частности, интерполяционные свойства полиномов наилучшего приближения функций для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин. Владеть важнейшими методами теории интерполирования для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.</p>
ПК-2	<p>Обладать способностью строго доказать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат</p>	<p>Знать точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем современного анализа, в частности, теории интерполирования функций. Уметь проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем об интерполяционных свойствах полиномов, рациональных функций и сплайнов, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи. Владеть методами доказательства основных теорем о сходимости интерполяционных процессов и навыками их применения в научно-исследовательской работе.</p>
ПК-3	<p>Обладать способностью оформлять в виде научной работы и публично представлять результаты научно-исследовательской работы</p>	<p>Знать формулировки основных свойств интерполяционных полиномов, теорем сходимости интерполяционных процессов для различных классов функций, включая новые результаты исследований по теории интерполяции функций. Уметь доказывать существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями. Владеть достаточной информацией о современном уровне развития теории интерполирования в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.</p>
ПК-4	<p>Обладать способностью к организации научно-педагогической деятельности в области современного математического анализа и дифференциальных уравнений</p>	<p>Знать на достаточно высоком уровне курс современного анализа, в частности, вопросы теории интерполирования по программе данной образовательной организации. Уметь: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между</p>

		<p>различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.</p> <p>Владеть методикой изложения основного материала того или другого раздела современного математического анализа, включая разделы теории интерполирования функций.</p>
--	--	--

В результате изучения дисциплины обучающийся осваивает следующие компетенции:

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
универсальные	УК-2	<p>Знает: общую постановку задачи интерполирования и ее различные реализации: полиномами, рациональными дробями, сплайнами; методы проектирования комплексных исследований, в том числе междисциплинарных.</p> <p>Умеет применять интерполяционные процессы в математических моделях явлений и структур из области естественнонаучных и прикладных дисциплин, в частности, применять их в комплексных исследованиях, включая междисциплинарные исследования.</p> <p>Владеет основными методами теории интерполяции и навыками подбора подходящего аппарата интерполяции и вида метрики для адекватного применения в комплексных исследованиях по математике или другим дисциплинам.</p>	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	УК-3	<p>Знает на достаточно высоком уровне современные вопросы теории интерполирования функций.</p> <p>Умеет применять основные методы теории интерполирования в квадратурных формулах и для приближенного решения дифференциальных уравнений.</p> <p>Владеет основными разделами и важнейшими методами теории интерполирования функций для возможности их применения при решении научных и научно-образовательных задач.</p>	

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
общефессиональные	ОПК-1	<p>Знает фундаментальные теоремы о сходимости интерполяционных процессов для различных классов функций. Умеет давать оценки остаткам интерполяционных формул в различных их формах с учетом структурных характеристик функций из различных классов в различных метриках, в частности, с использованием современных методов исследования, с использованием информационно-коммуникационных технологий. Владеет современными методами и навыками оценки погрешности интерполяции различными аппаратами, навыками оценки погрешности интерполяции через структурные характеристики функций.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	ОПК-2	<p>Знает на достаточно высоком уровне разделы теории интерполирования функций по основным образовательным программам данной образовательной организации. Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математики. Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела из области теории интерполирования по программе данной образовательной организации.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
профессиональные	ПК-1	<p>Знает: основные понятия и формулировки основных теорем из области современного анализа, вопросы сходимости интерполяционных процессов для различных видов метрик, для различных аппаратов интерполяции.</p> <p>Умеет: применять основные теоремы современного анализа, в частности, интерполяционные свойства полиномов наилучшего приближения функций для решения задач в области самой математики и естественнонаучных дисциплин.</p> <p>Владеет важнейшими методами теории интерполирования для применения в области своей научно-исследовательской деятельности.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>
	ПК-2	<p>Знает точные определения основных понятий и строгие формулировки основных теорем современного анализа, в частности, теории интерполирования функций.</p> <p>Умеет проводить логически точные математические рассуждения при доказательстве теорем об интерполяционных свойствах полиномов, рациональных функций и сплайнов, строго соблюдая при этом причинно-следственные связи.</p> <p>Владеет методами доказательства основных теорем о сходимости интерполяционных процессов и навыками их применения в научно-исследовательской работе.</p>	<p>Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю</p>

Компетенция	Код по ФГОС	Дескрипторы – основные признаки освоения (показатели достижения результата)	Формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенции
профессиональные	ПК-3	<p>Знает формулировки основных свойств интерполяционных полиномов, теорем сходимости интерполяционных процессов для различных классов функций, включая новые результаты исследований по теории интерполяции функций.</p> <p>Умеет доказывать существенность или необходимость исходных условий исследуемых вопросов путем построения соответствующих контрпримеров или путем сопоставления с другими широко известными математическими утверждениями.</p> <p>Владеет достаточной информацией о современном уровне развития теории интерполирования в области научной работы или в разделах публично представляемых научных результатов.</p>	Последовательное изучение тем по модулям 1, 2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю
	ПК-4	<p>Знает на достаточно высоком уровне курс современного анализа, в частности, вопросы теории интерполирования по программе данной образовательной организации.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом специфики математического анализа.</p> <p>Владеет методикой изложения основного материала того или другого раздела современного математического анализа, включая разделы теории интерполирования функций.</p>	Последовательное изучение тем по модулям 1,2 в сочетании со сдачей коллоквиумов по каждому модулю

3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах, прохождении практик:

- Педагогическая практика

- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы

Для освоения учебной дисциплины, обучающиеся должны владеть хорошими знаниями основ классических университетских курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, комплексного анализа, функционального анализа, уравнений в частных производных и компетенциями: УК - 2,3; ОПК - 1,2; ПК – 1,2,3,4.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих за ней дисциплин:

- Научно-исследовательская деятельность
- Подготовка научно-квалификационной работы
- Подготовка к сдаче и сдаче государственного экзамена
- Представление научного доклада об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы
- Элементы теории приближений
- Ортогональные системы функций

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 академических часа.

4.2. Структура дисциплины.

Названия разделов и тем дисциплины	семестр	Неделя семестра	Аудиторные занятия, в том числе				Самостоят. работа	Формы текущего контроля успеваемости и (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практ. занятия	лабор. работы	Контр. сам. Раб.		
Модуль 1. Интерполяционные полиномы и рациональные функции								
Всего по модулю 1			6		3		27	коллоквиум
1. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона			4		2			
2. Дроби Паде и дроби Тиле			2		1			
Модуль 2. Интерполяционные сплайн-функции								
Всего по модулю 2			6		3		27	коллоквиум
1. Интерполяция сплайн-функциями			2		1			
2. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов			4		2			
ИТОГО за семестр			12		6		54	зачет

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

ЛЕКЦИИ

Модуль 1. Интерполяционные полиномы и рациональные функции

Тема 1. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона
Вопросы существования и сходимости. Различные формы остатка.
Функция и константа Лебега.

Интерполяция по последовательности простых узлов. Кратная интерполяция. Кратные разделенные разности. Формула Эрмита.

Тема 2. Дроби Паде и дроби Тиле

Вопросы существования интерполяционной рациональной функции.
Дроби Паде. Теорема Монтессу де Болора.

Представление функций в виде непрерывной дроби Тиле.
Интерполяционные непрерывные дроби.

Модуль 2. Интерполяционные сплайн-функции

Тема 3. Интерполяция сплайн-функциями

Сплайны, их виды. Интерполяционные сплайны.

Тема 4. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов

Достаточные условия сходимости кубических сплайнов. Сходимость интерполяционных сплайнов.

ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ

Модуль 1. Интерполяционные полиномы и рациональные функции

Тема 1. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона

Различные формы остатка. Функция и константа Лебега.

Интерполяция по последовательности простых узлов. Кратная интерполяция.

Тема 2. Дроби Паде и дроби Тиле

Дроби Паде. Представление функций в виде непрерывной дроби Тиле.

Интерполяционные непрерывные дроби.

Модуль 2. Интерполяционные сплайн-функции

Тема 3. Интерполяция сплайн-функциями

Сплайны, их виды. Интерполяционные сплайны.

Тема 4. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов

Сходимость интерполяционных сплайнов.

5. Оценочные средства для текущего контроля и аттестации обучающегося

Тематика заданий текущего контроля

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по модулю «Интерполяционные полиномы и рациональные функции»

1. Интерполяционные полиномы Лагранжа.

2. Оценка остатка интерполяционных формул Лагранжа.
3. Оценка констант Лебега конкретных функций.
4. Интерполяционные полиномы Ньютона.
5. Кратные и повторные разделенные разности, их сравнение.
6. Интерполяционная схема Эрмита.
7. Тригонометрическое интерполирование периодических функций.
8. Выбор узлов в случае экспоненциального интерполирования.
9. Дроби Паде.
10. Полиномы Тейлора.
11. Таблица дробей Паде.
12. Вопросы сходимости строк таблицы Паде.
13. Непрерывные дроби Тиле.
14. Разложение основных элементарных функций в непрерывную дробь Тиле.
15. Оценка скорости сходимости дробей Тиле.
16. Примеры разложения функций в интерполяционную непрерывную дробь.

*Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму
по модулю «Интерполяционные сплайн-функции»*

1. Интерполяция сплайнами.
2. Различные виды сплайнов.
3. Приближение функций интерполяционными сплайнами.
4. Вопросы сходимости интерполяционных сплайнов.
5. Линейные, квадратичные и кубические сплайны.
6. Достаточные условия сходимости последовательности интерполяционных сплайнов.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература

1. Бахвалов Н. С. Численные методы : анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения - Москва: Наука, 1975
Бахвалов, Н.С. Численные методы: анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения / Н.С. Бахвалов ; ред. И.М. Овчинниковой, Е.В. Шикина. - Москва: Наука, 1975. - 632 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -
URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456941>
(20.04.2021).
2. Гельфонд А. О. Исчисление конечных разностей - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959

Гельфонд, А.О. Исчисление конечных разностей / А.О. Гельфонд ; ред. Л.А. Соловьевой. - Изд. 2-е, доп. - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - 400 с. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456954>
(20.04.2021).

3. [Алберг Д., Нильсон Э., Уолш Д. Теория сплайнов и ее приложения](#) - Москва: Мир, 1972

Алберг, Д. Теория сплайнов и ее приложения / Д. Алберг, Э. Нильсон, Д. Уолш ; под ред. С.Б. Стечкина ; пер. с англ. Ю.Н. Субботина. - Москва: Мир, 1972. - 319 с. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456937>
(20.04.2021).

6.2. Дополнительная литература

1. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 1 - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962

Березин, И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков. - Изд. 2-е, стереотип. - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. - Т. 1. - 464 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456944>
(20.04.2021).

2. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т. 2 - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959

Березин, И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков ; ред. Б.М. Будаков, А.Д. Горбунова. - Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. - Т. 2. - 620 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456943>
(20.04.2021).

3. Натансон И. П. Конструктивная теория функций - Москва, Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949

Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И.П. Натансон. - Москва; Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. - 688 с. ; То же [Электронный ресурс]. -

URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479695>
(20.04.2021).

6.3. Программное обеспечение

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

- MatLab
- Mathcad
- Maple

6.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека
2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения занятий в активной и интерактивной форме и самостоятельной работы аспирантов используются компьютеры с соответствующим программным обеспечением, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны, аудио и видео аппаратура.

8. Образовательные технологии

В соответствии с различными видами учебных занятий предусматриваются следующие образовательные технологии:

- традиционные и интерактивные лекции с дискуссионной практикой обучения;
- семинары и коллоквиумы, на которых обсуждаются основные проблемы, освещенные в лекциях и сформулированные в домашних заданиях;
- письменные и устные домашние задания, подготовка докладов и рефератов по программе самостоятельной работы;
- участие в научно-методологических семинарах, коллоквиумах и конференциях;
- консультации преподавателя;
- самостоятельная работа аспиранта, в которую входит освоение теоретического материала, подготовка к семинарским занятиям с использованием интернета и электронных библиотек.